PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA
U.M.I. UNIONE MATEMATICA ITALIANA
MINISTERO DELLA PUBBLICA ISTRUZIONE
SCUOLA NORMALE SUPERIORE

I Giochi di Archimede - Gara Biennio

17 novembre 2010

1) La prova consiste di 20 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere A, B, C, D, E.
2) Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti e ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.
3) Per ciascuno dei problemi devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. NON È CONSENTITO L'USO DI ALCUN TIPO DI CALCOLATRICE.
4) **Il tempo totale che hai a disposizione per svolgere la prova è di due ore**. *Buon lavoro e buon divertimento.*

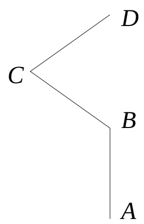
Nome ____________________ *Cognome* ______________________ *Classe* ______

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

1) Quanti lunedì possono esserci al massimo in 45 giorni consecutivi?
(A) 5, **(B)** 6, **(C)** 7, **(D)** 8, **(E)** 9.

2) Emilio prende al buio dei calzini da una cesta in cui ci sono: 6 calzini neri, 14 calzini blu e 8 calzini verdi. Per essere sicuro che tra i calzini che ha preso ce ne siano due dello stesso colore, il numero minimo di calzini che deve prendere è:
(A) 3, **(B)** 4, **(C)** 9, **(D)** 15, **(E)** 21.

3) La figura a fianco rappresenta il tragitto fatto da Pluto per andare dalla sua cuccia, posta in A, al bar, posto in D. I tre segmenti AB, BC e CD sono lunghi 100 metri ciascuno. Se l'angolo $\widehat{ABC}$ (interno al triangolo ABC) è di 120° e l'angolo $\widehat{BCD}$ (interno al triangolo BCD) è di 60°, quanto dista in linea retta il bar dalla cuccia?
(A) 100 m, **(B)** $100\sqrt{3}$ m, **(C)** 200 m, **(D)** 330 m, **(E)** $200\sqrt{3}$ m.

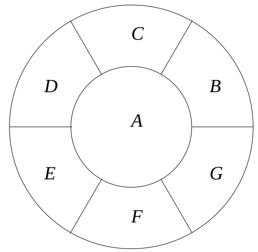


4) Quale fra queste serie di disuguaglianze è corretta?
(A) $2\sqrt{2} < \sqrt{10} < \sqrt{5} + \sqrt{3}$, **(B)** $\sqrt{5} + \sqrt{3} < 2\sqrt{2} < \sqrt{10}$, **(C)** $2\sqrt{2} < \sqrt{5} + \sqrt{3} < \sqrt{10}$, **(D)** $\sqrt{10} < 2\sqrt{2} < \sqrt{5} + \sqrt{3}$, **(E)** $\sqrt{5} + \sqrt{3} < \sqrt{10} < 2\sqrt{2}$.

5) Matilde vuole regalare una margherita di cartone alla sua mamma. Ritaglia un cerchio giallo e lo mette al centro. Poi ritaglia alcuni cerchi bianchi, dello stesso raggio del cerchio giallo, per fare i petali. Dispone i petali nel modo seguente: il primo tangente esternamente al cerchio giallo, il secondo tangente esternamente al cerchio giallo e al primo petalo, e così via fino a completare il giro con l'ultimo petalo che è tangente al penultimo e al primo petalo, e al cerchio giallo. Quanti petali ha la margherita?
(A) 3, **(B)** 4, **(C)** 5, **(D)** 6, **(E)** questa disposizione è impossibile: l'ultimo petalo si sovrappone necessariamente al primo.

6) a, b e c sono numeri reali tali che comunque se ne scelgano due la loro somma è maggiore o uguale a zero. Quale delle seguenti affermazioni è certamente vera?
(A) $a \cdot b \cdot c \geq 0$, **(B)** almeno uno dei tre numeri è zero, **(C)** almeno uno dei tre numeri è strettamente minore di zero, **(D)** a, b e c sono tutti maggiori o uguali a zero, **(E)** $a + b + c \geq 0$.

7) Concetta immagina un mondo piatto e tondo, e lo divide in sette stati, uno centrale e gli altri sei intorno a questo, come indicato nella figura a fianco. Inoltre a ciascuno stato assegna come nome una lettera (vedi figura). Vuole colorare ciascuno stato di rosso, oppure di verde, oppure di giallo, in modo che due stati confinanti non abbiano lo stesso colore. In quanti modi diversi può farlo?
(A) Nessuno, **(B)** 2, **(C)** 4, **(D)** 5, **(E)** 6.



8) Alberto cammina da A a B e poi (senza fermarsi in B) torna ad A; Barbara cammina da B ad A e poi (senza fermarsi in A) torna a B. Entrambi si muovono in linea retta, con velocità costante (ma le due velocità non sono necessariamente uguali). Partono nello stesso istante, e si incontrano una prima volta, all'andata, a 700 metri da B, e una seconda volta, mentre Alberto sta andando da B ad A e Barbara da A a B, a 400 metri da A. Quanto dista A da B?
(A) 900 metri, **(B)** 1100 metri, **(C)** 1700 metri, **(D)** 2000 metri, **(E)** non si può determinare.

9) Luca scrive sulla lavagna tutti i numeri pari consecutivi da 2 e 2010 (compresi). Poi Giovanni cancella tutti i numeri che sono multipli di tre. Quanti numeri rimangono?
(A) 670, **(B)** 710, **(C)** 840, **(D)** 905, **(E)** 1005.

10) Silvano, l'uomo più ricco di Nettuno, possiede un'autostrada con molte corsie. In un momento di prosperità decide di aumentare il numero di corsie del 60 %. Successivamente, a causa di un'antica legge del pianeta, deve ridurre il numero di corsie di una certa percentuale X. Dopo averlo fatto si ritrova con lo stesso numero

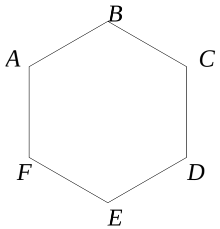
di corsie che aveva all'inizio. Quanto vale X?
(A) 15%, **(B)** 21,5%, **(C)** 28%, **(D)** 37,5%, **(E)** 60%.

11) In un triangolo due angoli misurano rispettivamente $30°$ e $105°$ ed il lato tra essi compreso è lungo 2 cm. Qual è la misura del perimetro del triangolo?
(A) $(5+\sqrt{3})$ cm, **(B)** $(2+2\sqrt{3}+\sqrt{2})$ cm, **(C)** $(3+\sqrt{3}+\sqrt{2})$ cm, **(D)** $(5+\sqrt{2})$ cm, **(E)** $(2+3\sqrt{3})$ cm.

12) Quanto vale la somma: $1+2+2+3+3+4+4+\ldots+35+35+36$?
(A) 990, **(B)** 1105, **(C)** 1295, **(D)** 1395, **(E)** 1505.

13) Scriviamo tutti i numeri naturali da 1 a 2010 (compresi) uno di seguito all'altro in modo da formare un nuovo numero naturale; quante cifre ha questo numero?
(A) 2010, **(B)** 3540, **(C)** 5225, **(D)** 6933, **(E)** 7253.

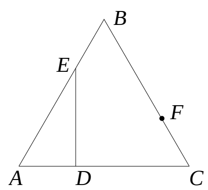
14) $ABCDEF$ è un esagono regolare di lato 1 cm. G è il punto di intersezione tra le diagonali AC e BE. Quanto vale l'area del triangolo ABG?
(A) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ cm^2, **(B)** $\frac{\sqrt{3}}{8}$ cm^2, **(C)** $\frac{9}{40}$ cm^2, **(D)** $\frac{1+\sqrt{3}}{12}$ cm^2, **(E)** $\frac{\sqrt{3}}{4}$ cm^2.



15) Quante cifre ha il numero $(112233445566778899)/11$?
(A) 9, **(B)** 13, **(C)** 17, **(D)** 19, **(E)** 23.

16) Quanti sono i numeri naturali di quattro cifre, tali che la cifra delle unità sia la somma della cifra delle decine e di quella delle centinaia?
(A) 315, **(B)** 495, **(C)** 540, **(D)** 720, **(E)** 900.

17) In un triangolo equilatero ABC con lato di lunghezza 3 m, prendiamo i punti D, E e F sui lati AC, AB e BC rispettivamente, in modo che i segmenti AD e FC misurino 1 m e il segmento DE sia perpendicolare a AC. Quanto misura l'area del triangolo DEF?
(A) $\frac{3\sqrt{3}}{4}\,\mathrm{m}^2$, **(B)** $\frac{\sqrt{3}}{2}\,\mathrm{m}^2$, **(C)** $3\sqrt{3}\,\mathrm{m}^2$, **(D)** $\frac{3}{2}\,\mathrm{m}^2$, **(E)** $\frac{4\sqrt{3}}{3}\,\mathrm{m}^2$.



18) Un celebre investigatore sta cercando il colpevole di un omicidio tra cinque sospettati: Anna, Bruno, Cecilia, Dario ed Enrico. Egli sa che il colpevole mente sempre e gli altri dicono sempre la verità. Anna afferma: "Il colpevole è un maschio!". Cecilia dice: "È stata Anna oppure è stato Enrico". Infine Enrico dice: "Se Bruno è colpevole allora Anna è innocente". Chi ha commesso l'omicidio?
(A) Anna, **(B)** Bruno, **(C)** Cecilia, **(D)** Dario, **(E)** Enrico.

19) Quante coppie (x, y), formate da numeri interi strettamente maggiori di 1, sono tali che: $x^2 + y = xy + 1$?
(A) Nessuna, **(B)** una, **(C)** due, **(D)** tre, **(E)** più di quattro.

20) Ciro taglia un triangolo equilatero fatto di carta, di lato 20 cm, in alcuni pezzi che poi dispone sul suo tavolo in modo che non si sovrappongano e che formino un quadrato. Quanto è lungo il lato del quadrato?
(A) 20 cm, **(B)** $10\sqrt[4]{3}$ cm, **(C)** 15 cm, **(D)** $8\sqrt[4]{2}$ cm, **(E)** $10\sqrt{3}$ cm.